

I Przedmioty matematyczne

I.1 Analiza Matematyczna

Pytanie I.1.1. Szeregi liczbowe. Podstawowe kryteria zbieżności.

Pytanie I.1.2. Ciągłość funkcji w punkcie i na zbiorze. Warunki równoważne ciągłości. Własności funkcji ciągłych na zbiorach zwartych.

Pytanie I.1.3. Pochodna funkcji jednej zmiennej rzeczywistej (definicja i interpretacja geometryczna). Zastosowanie rachunku różniczkowego do badania przebiegu zmienności funkcji jednej zmiennej.

Pytanie I.1.4. Wzór Taylora i jego przykładowe zastosowania.

Pytanie I.1.5. Całka Riemanna. Podstawowe metody całkowania funkcji jednej zmiennej rzeczywistej. Całkowanie przez części. Całkowanie przez podstawienie.

Pytanie I.1.6. Pochodne cząstkowe. Różniczkowalność funkcji wielu zmiennych. Zależność między istnieniem pochodnych cząstkowych a różniczkowalnością.

Pytanie I.1.7. Ekstrema funkcji wielu zmiennych. Efektywne metody wyznaczania ekstremów lokalnych funkcji wielu zmiennych.

Pytanie I.1.8. Całkowanie funkcji wielu zmiennych. Twierdzenie Fubiniego. Twierdzenie o zamianie zmiennych.

I.2 Matematyka Dyskretna

Pytanie I.2.1. Zasada włączeń i wyłączeń. Przykłady zastosowań.

Pytanie I.2.2. Porządki częściowe, Twierdzenia Dilwortha i Spernera.

Pytanie I.2.3. Twierdzenie Ramseya. Przykłady zastosowań.

Pytanie I.2.4. Funkcje tworzące. Wyznaczanie liczb Fibonacciego za pomocą funkcji tworzących.

Pytanie I.2.5. Skojarzenia w grafach dwudzielnych. Twierdzenie Halla.

Pytanie I.2.6. Kolorowanie grafów, twierdzenia Brooksa.

Pytanie I.2.7. Liczba chromatyczna a liczba kolorująca grafów.

Pytanie I.2.8. Kolorowania krawędziowe grafów. Twierdzenie Vizinga.

Pytanie I.2.9. Przepływy w sieciach. Twierdzenie o maksymalnym przepływie i minimalnym przekroju.

I.3 Metody Algebraiczne Informatyki

Pytanie I.3.1. Grupy, ich przykłady.

- definicja półgrupy, monoidu, grupy i przykłady
- abelowość
- generator grupy
- grupy cykliczne
- rząd grupy i rząd elementu grupy

Pytanie I.3.2. Minory i rozwinięcie Laplace'a

- definicja minora macierzy
- wzór na rozwinięcie Laplace'a
- macierz dopełnień algebraicznych i jej związek z macierzą odwrotną (bez dowodu)
- rozwiązywanie układów równań liniowych metodą wyznaczników, wzory Cramera (bez dowodu)

Pytanie I.3.3. Metoda eliminacji Gaussa i jej zastosowania

- opisz metodę eliminacji Gaussa (bez dowodu)
- jakie operacje na macierzy nie zmieniają jej wyznacznika?
- odwracanie macierzy
- rozwiązywanie układów równań liniowych
- obliczanie rzędu macierzy i wyznacznika macierzy

Pytanie I.3.4. Przestrzenie wektorowe:

- definicja z przykładami przestrzeni wektorowej (liniowej)
- podprzestrzeń przestrzeni wektorowej
- zbiór generujący
- zbiór liniowo niezależny
- baza przestrzeni wektorowej
- wymiar przestrzeni wektorowej

Pytanie I.3.5. Odwzorowania liniowe i wieloliniowe, podstawowe własności i przykłady

- homomorfizm przestrzeni wektorowych (liniowych)
- jądro i obraz odwzorowania liniowego
- związek między wymiarem jądra, obrazu i dziedziny odwzorowania liniowego
- rząd odwzorowania liniowego
- odwracalność odwzorowania liniowego
- reprezentacja macierzowa odwzorowań liniowych

Pytanie I.3.6. Wartości własne i wektory własne macierzy - własności i metody liczenia.

- wartość własna, wektor własny, podprzestrzeń wartości własnej
- wielomian charakterystyczny i jego pierwiastki
- krotność algebraiczna i geometryczna oraz związek między nimi
- jeden przykład zastosowania

Pytanie I.3.7. Macierze diagonalne i diagonalizacja macierzy.

- macierze podobne
- co to znaczy, że macierz jest diagonalizowalna?
- kiedy macierz jest diagonalizowalna?
- jak zdiagonalizować macierz i wyznaczyć macierz przejścia przez wyznaczanie wartości i wektorów własnych
- przykład macierzy diagonalizowalnej i niediagonalizowalnej
- co to jest postać Jordana i kiedy istnieje?

Pytanie I.3.8. Przestrzenie Euklidesowe i Unitarne - definicje, własności i przykłady

- iloczyn skalarny w przestrzeniach liniowych (nad $\mathbb{R}$ i nad $\mathbb{C}$),
 - norma wektora; norma indukowana przez iloczyn skalarny
 - nierówność Minkowskiego (bez dowodu)
 - nierówność Cauchy'ego-Schwarza (bez dowodu)
 - ortogonalność wektorów
 - izometria liniowa
-

Pytanie I.3.9. Opisz metodę ortogonalizacji Grama-Schmidta.

Pytanie I.3.10. Bazy przestrzeni wektorowych - przykłady.

- zbiór Π_n wszystkich wielomianów stopnia nie większego niż n jako przestrzeń wektorowa
- przestrzeń $\mathbb{R}^n$
- przestrzeń macierzy $K^{n \times m}$
- udowodnij w jednym z powyższych przypadków

Pytanie I.3.11. Szczególne macierze i ich własności.

Do wyboru: macierze ortogonalne i unitarne albo rzeczywiste symetryczne i hermitowskie albo macierze idempotentne (macierze rzutu):

- definicja
- wartości własne i podprzestrzeń własne
- czy są diagonalizowalne?
- kiedy są odwracalne?
- własności wyznacznika?

I.4 Metody Formalne Informatyki

Pytanie I.4.1. Definicje dodawania, mnożenia, potęgowania i odejmowania w oparciu o twierdzenie o definiowaniu przez indukcję. Własności tych działań.

Pytanie I.4.2. Domykanie relacji ze względu na różne własności. Podaj przykłady własności na które istnieje i na które nie istnieje domknięcie.

Pytanie I.4.3. Zbiory przeliczalne i ich przykłady.

Pytanie I.4.4. Konstrukcja Cantora liczb rzeczywistych. Porządek na liczbach rzeczywistych. Twierdzenie o rozwinięciu liczby rzeczywistej w szereg.

Pytanie I.4.5. Iloczyn kartezjański i jego własności. Pojęcia relacji, złożenia, relacji odwrotnej, własności tych pojęć.

Pytanie I.4.6. Konstrukcja liczb naturalnych von Neumanna, twierdzenie o indukcji. Własności liczb naturalnych.

Pytanie I.4.7. Zasada minimum. Zasada maksimum. Twierdzenie o definiowaniu przez indukcję.

Pytanie I.4.8. Relacje równoważności i podziały zbiorów. Relacja równoważności jako środek do definiowania pojęć abstrakcyjnych.

Pytanie I.4.9. Twierdzenie Cantora-Bernsteina. Twierdzenie Cantora. Czy istnieje zbiór wszystkich zbiorów. Odpowiedź uzasadnij.

Pytanie I.4.10. Ciągłość i gęstość porządku. Zbiór liczb wymiernych a zbiór liczb rzeczywistych.

Pytanie I.4.11. Lemat Kuratowskiego-Zorna i przykłady jego zastosowania.

Pytanie I.4.12. Konstrukcja liczb całkowitych. Działania na liczbach całkowitych. Konstrukcja liczb wymiernych i działania na nich.

Pytanie I.4.13. Przykłady zbiorów nieprzeliczalnych.

Pytanie I.4.14. Aksjomatyczne ujęcie teorii mnogości. Aksjomat wyboru.

Pytanie I.4.15. Twierdzenie Knastera-Tarskiego (dla zbiorów). Lemat Banacha.

Pytanie I.4.16. Równoliczność zbiorów na przykładach $A^{B^C} \sim A^{B \times C}$ oraz $(A \times B)^C \sim A^C \times B^C$.

Pytanie I.4.17. Zasada indukcji pozaskończonej a dobry porządek.

Pytanie I.4.18. Liczby porządkowe von Neumanna i ich własności. Antynomia Burali-Forti.

I.5 Metody Probabilistyczne Informatyki

Pytanie I.5.1. Łańcuchy Markowa na przykładzie analizy randomizowanego algorytmu dla problemu 2-SAT.

Pytanie I.5.2. Problem kul i urn ze wzmocnionym feedbackiem (jako ilustracja zastosowania rozkładu wykładniczego).

Pytanie I.5.3. Wykorzystaj liniowość wartości oczekiwanej i oblicz oczekiwaną liczbę wykonanych porównań w algorytmie sortowania Quicksort. Możesz przyjąć, że sortujemy tablicę parami różnych elementów.

Pytanie I.5.4. Igłę długości ℓ rzucono na podłogę z desek o szerokości d , przy czym $\ell \leq d$. Jakie jest prawdopodobieństwo, że igła przetnie krawędź deski?

Pytanie I.5.5. Losowy spacer na płaszczyźnie. Pionek znajduje się w punkcie $(0, 0)$ na płaszczyźnie. W i -tym kroku ($i \geq 1$) losowany jest kąt α_i jednostajnie na $[0, 2\pi]$ (i niezależnie od poprzednich losowań), a pionek przesuwa się ze swojej aktualnej pozycji o wektor jednostkowy wyznaczony przez kąt α_i (z osią OX). Jaki jest oczekiwany kwadrat odległości od punktu $(0, 0)$ po n krokach?

Pytanie I.5.6. Proces Poissona. Definicja i potrzebne własności aby wykazać co następuje. Niech $(N(t), t \geq 0)$ będzie procesem Poissona o parametrze λ . Wykazać, że jeśli w przedziale czasowym $(0, t]$ zaszło dokładnie jedno zdarzenie, czyli $N(t) = 1$ to czas zajścia tego zdarzenia (X_1) ma rozkład jednostajny na przedziale $(0, t]$ (w szczególności nie zależy od λ).

Pytanie I.5.7. Centralne Twierdzenie Graniczne. Warianty mocniejszych wypowiedzi.

I.6 Modele Obliczeń

Pytanie I.6.1. Omów hierarchię Chomsky'ego języków, ilustrując klasy i zależności między nimi odpowiednimi przykładami.

Pytanie I.6.2. Omów lemat o pompowaniu dla języków bezkontekstowych. Podaj przykład języka bezkontekstowego. Podaj przykład języka, który nie jest bezkontekstowy.

Pytanie I.6.3. W jaki sposób języki regularne są charakteryzowane przez automaty skończone? Nakreśl ideę dowodu.

Pytanie I.6.4. Omów zamkniętość klasy języków regularnych na operacje na językach.

Pytanie I.6.5. Omów zamkniętość klasy języków bezkontekstowych na operacje na językach.

Pytanie I.6.6. Omów twierdzenie Myhill–Nerode'a, podając ideę dowodu i związek z minimalizacją automatów skończonych.

Pytanie I.6.7. Determinizm i niedeterminizm dla maszyn Turinga: omów oba modele i związek między nimi.

Pytanie I.6.8. Omów złożoność obliczeniową problemu stopu oraz jego dopełnienia.

Pytanie I.6.9. Omów klasy złożoności: PTIME, NPTIME oraz coNPTIME. Podaj przykład problemu, który jest w PTIME oraz przykłady języków zupełnych dla NPTIME i coNPTIME. Nakreśl dowód twierdzenia Cooke'a.

II Przedmioty programistyczno-algorytmiczne

II.1 Analiza Algorytmów

Pytanie II.1.1. Zastosowanie funkcji tworzących prawdopodobieństwa do analizy złożoności średniej (np. problem sekretarki lub quicksort).

Pytanie II.1.2. Zastosowanie zmiennych losowych wskaźnikowych w analizie algorytmów (np. permutacje losowe lub quicksort).

Pytanie II.1.3. Analiza amortyzowana, nietrywialny przykład zastosowania: szkic analizy drzew splay lub kopców Fibonacciego.

Pytanie II.1.4. Zaawansowane problemy haszowania: uniwersalne rodziny funkcji haszujących, haszowanie doskonałe.

Pytanie II.1.5. Twierdzenie o rekurencji uniwersalnej, trzy przykłady zastosowania w analizie algorytmów.

Pytanie II.1.6. Złożoność sortowania, dolne ograniczenia w przypadku pesymistycznym i średnim.

Pytanie II.1.7. Problem sumowania zbiorów rozłącznych, rozwiązanie drzewowe z kompresją ścieżek, szkic analizy i uzasadnienie wystąpienia logarytmu iterowanego.

Pytanie II.1.8. Randomizacja drzew poszukiwań binarnych: model permutacyjny, kopcodrzewa.

II.2 Algorytmy i Struktury Danych 1

Pytanie II.2.1. Algorytmy zachłanne, wymagane własności problemu, przykład: kody Huffmana.

Pytanie II.2.2. Programowanie dynamiczne jako metoda konstrukcji algorytmu, technika spamiętywania, przykład: najdłuższy wspólny podciąg lub optymalne drzewo BST.

Pytanie II.2.3. Zrównoważone drzewa wyszukiwań binarnych na przykładzie drzew AVL lub drzew czerwono-czarnych.

Pytanie II.2.4. Algorytmy Dijkstry oraz Bellmana-Forda znajdowania najkrótszych ścieżek w grafie z ustalonym źródłem.

Pytanie II.2.5. Znajdowanie najkrótszych ścieżek dla wszystkich par wierzchołków grafu, algorytm Warshalla-Floyda lub algorytm Johnsona.

Pytanie II.2.6. Minimalne drzewa rozpinające w grafie, algorytmy Jarnika-Prima oraz Kruskala.

Pytanie II.2.7. Sieci przepływowe, metoda Forda-Fulkersona, algorytm Edmondsa-Karpa.

Pytanie II.2.8. Najliczniejsze skojarzenia w grafie dwudzielnym, metoda przepływów lub algorytm Hopcrofta-Karpa.

II.3 Algorytmy i Struktury Danych 2

Pytanie II.3.1. Wyszukiwanie wzorca metodą prefikso-sufiksów (KMP), uogólnienie na wiele wzorców (Aho-Corasic).

Pytanie II.3.2. Tablice sufiksowe, tworzenie za pomocą algorytmu KMR, definicje funkcji LCP i LCP2, zastosowanie LCP2 do wyszukiwania łańcucha w tekście.

Pytanie II.3.3. Technika zamiatania w geometrii obliczeniowej, zastosowanie do znajdowania wszystkich przecięć odcinków.

Pytanie II.3.4. Algorytmy Jarvisa i Grahama znajdowania wypukłej otoczki.

Pytanie II.3.5. Liczby pierwsze, algorytm Millera-Rabina, liczba świadków (bez dowodu), złożoność.

Pytanie II.3.6. Programowanie liniowe - podstawowe pojęcia, intuicja geometryczna, algorytm sympleks.

Pytanie II.3.7. Klasy P i NP, problemy NP-zupełne, przykłady redukcji: do wyboru 2 spośród SAT- $\bar{\iota}$ 3SAT, 3SAT- $\bar{\iota}$ KLIKA, CYKL-HAMILTONA- $\bar{\iota}$ KOMIWOJAŻER.

Pytanie II.3.8. Algorytmy aproksymacyjne dla problemów obliczeniowo trudnych, przykłady - do wyboru dwa spośród: PLECAK(wsp.2), POKRYCIE-WIERZCHOŁKOWE(wsp.2), KOMIWOJAŻER(wsp.2).

II.4 Metody Programowania

Pytanie II.4.1. Metoda "dziel i zwyciężaj" konstrukcji algorytmów na przykładzie szybkiego mnożenia macierzy - idea algorytmu Strassena (bez dokładnej znajomości wzorów), oszacowanie złożoności.

Pytanie II.4.2. Sortowanie przez scalanie i sortowanie szybkie (quicksort): idea działania, złożoność, zalety, wady.

Pytanie II.4.3. Przegląd grafu w głąb, zastosowanie do znajdowania silnie spójnych składowych.

Pytanie II.4.4. Przegląd grafu wszerek, podstawowe zastosowania.

Pytanie II.4.5. Problem sortowania topologicznego, rozwiązanie za pomocą algorytmu DFS.

Pytanie II.4.6. Kolejka priorytetowa, kopiec, zastosowanie do sortowania.

Pytanie II.4.7. Znajdowanie k-tego elementu zbioru - algorytm "mediana median", złożoność.

II.5 Podstawy Programowania

Pytanie II.5.1. Reprezentacja liczb całkowitych i rzeczywistych w komputerze (system binarny, szesnastkowy, zapis stało i zmiennoprzecinkowy).

Pytanie II.5.2. Sposoby realizacji podstawowych kontenerów w bibliotekach standardowych.

II.6 Programowanie

Pytanie II.6.1. Co to jest kompozycja jako obiektowa technika programowania? Podaj przykłady kompozycji w dwóch obiektowych językach programowania.

Pytanie II.6.2. Co to jest dziedziczenie jako obiektowa technika programowania? Podaj przykłady dziedziczenia w dwóch obiektowych językach programowania.

Pytanie II.6.3. Co to jest polimorfizm jako obiektowa technika programowania? Podaj przykłady zastosowania polimorfizmu w dwóch obiektowych językach programowania.

Pytanie II.6.4. Co to są szablony? Wyjaśnij pojęcie i podaj przykład implementacji używającej szablonów w dowolnym języku obiektowym.

Pytanie II.6.5. Wybierz język obiektowy z rozwiniętą kontrolą dostępu do pól i metod obiektów. Opisz występujące w nim mechanizmy kontroli.

Pytanie II.6.6. Na czym polega reflection, RTTI? Zaprezentuj zastosowania tych mechanizmów w obiektowym języku programowania.

Pytanie II.6.7. Na przykładzie obiektowego języka programowania przedstaw strukturę klas służących do obsługi GUI. Opisz technikę sterowania kierowanego zdarzeniami.

Pytanie II.6.8. Opisz rodzaje klas dostępne w języku programowania Java. Czym są klasy abstrakcyjne? Czym różni się od interfejsów? Jakie ich zastosowania?

Pytanie II.6.9. Porównaj mechanizmy konstrukcji i niszczenia obiektów w Java i C++. Wskaż mocne i słabe punkty każdego z podejść.

Pytanie II.6.10. Przedstaw bibliotekę kontenerów dostępnych w Java z opisem zastosowań poszczególnych klas.

III Przedmioty techniczne

III.1 Inżynieria Danych

Pytanie III.1.1. Na czym polega normalizacja bazy danych i w jakim celu się ją stosuje?

Pytanie III.1.2. Omów mechanizmy zapobiegające utracie danych w przypadku wystąpienia awarii.

Pytanie III.1.3. Przedstaw podstawowe techniki stosowane w procesie optymalizacji zapytań w bazach danych.

Pytanie III.1.4. Czym są indeksy w bazach danych? Kiedy warto je tworzyć? Jakie struktury danych są najczęściej wykorzystywane jako indeksy?

Pytanie III.1.5. Omów pojęcie kluczy (podstawowych, wtórnych, obcych) w teorii relacyjnych baz danych.

Pytanie III.1.6. Omów pojęcie transakcji i przedstaw jej własności.

Pytanie III.1.7. Omów sposób modelowania baz danych za pomocą związków encji.

III.2 Inżynieria Oprogramowania

Pytanie III.2.1. Na czym polega wytwarzanie sterowane testami (test-driven development)? Wymień podstawowe praktyki z nim związane.

Pytanie III.2.2. Na czym polega wstrzykiwanie zależności (dependency injection)? Dlaczego ułatwia testowanie i integrację składników systemu?

Pytanie III.2.3. Co to jest wzorzec projektowy? Przedstaw (np. za pomocą diagramów UML) dwa przykłady wzorców służących do eliminacji/odwracania zależności.

Pytanie III.2.4. Wymień 5 zasad SOLID. Omów krótko wybrane dwie, prezentując przykłady naruszenia tych zasad.

III.3 Programowanie Niskopoziomowe

Pytanie III.3.1. Opisz mechanizmy komunikacji CPU z urządzeniami zewnętrznymi.

Pytanie III.3.2. Przedstaw szczegółowo sekwencję wydarzeń następujących przy odczycie przez program obszaru pamięci związanego przez mmap z plikiem dyskowym.

Pytanie III.3.3. Omów metody programowania z wykorzystaniem instrukcji wektorowych (SSE).

Pytanie III.3.4. Opisz sprzętowe mechanizmy zarządzania i ochrony pamięci.

Pytanie III.3.5. Czym jest hierarchia pamięci i jakie są konsekwencje jej istnienia dla wydajności programów?

Pytanie III.3.6. Omów architekturę nowych procesorów rodziny x86 na podstawie stosowanych do nich określeń: deeply pipelined, speculative, out-of-order, superscalar, complex instruction set computer.

III.4 Sieci Komputerowe

Pytanie III.4.1. Warstwy. Jakie są konsekwencje warstwowej konstrukcji technologii sieciowych? Opisz jak jest fizycznie realizowana (np. w sieci 1000BASE-T) ramka Ethernet przesyłająca pakiet IPv4 zawierający fragment strumienia TCP podczas pobierania pliku z serwera HTTP.

Pytanie III.4.2. Błędy transmisji. Podaj przykłady technologii sieciowych wykrywających / korygujących błędy komunikacji. Z jakich algorytmów korzystają? W jaki sposób protokół TCP wykrywa błędy transmisji i jak na nie reaguje?

Pytanie III.4.3. IP. Opisz schemat działania tablic trasowania pakietów IP na przykładzie systemu Linux. Dlaczego tablice trasowania w ogóle mają szansę działać?

Pytanie III.4.4. TCP. Opisz technikę Sliding Window. Opisz w jaki sposób algorytmy TCP sterują prędkością transmisji. Opisz API do obsługi połączeń TCP w bibliotece standardowej (moduł `socket`) w języku Python.

Pytanie III.4.5. HTTP. Omów zawartość strumienia TCP podczas prostej komunikacji HTTP zwracając szczególną uwagę na sposób wykorzystania nagłówków. Skomentuj różnice w wykorzystaniu połączenia TCP w różnych wersjach protokołu HTTP. Jakie są powody i konsekwencje tych różnic?

Pytanie III.4.6. Transport Layer Security. Opisz jak TLS (SSL) używa kryptografii klucza publicznego i kryptografii klucza symetrycznego. Opisz schemat certyfikacji kluczy stosowany w TLS. Opisz API do obsługi TLS w bibliotece standardowej (moduł `ssl`) w języku Python.

III.5 Systemy Operacyjne

Pytanie III.5.1. Opisz mechanizmy komunikacji międzyprocesowej standardu POSIX.

Pytanie III.5.2. Porównaj mechanizmy szeregowania zadań na przykładzie serwera przetwarzającego zadania w trybie wsadowym, oraz systemu interaktywnego.

Pytanie III.5.3. Wyjaśnij pojęcie deadlock. Opisz metody wykrywania i zapobiegania powstawaniu deadlocku w kontekście współdzielonych zasobów.

Pytanie III.5.4. Wyjaśnij mechanizm spooling, podaj przykłady kiedy należy oraz kiedy nie da się używać spoolingu jako mechanizmu racjonalizującego dostęp do zasobu.

Pytanie III.5.5. Segmentacja i stronicowanie - porównaj mechanizmy. Opisz jak te mechanizmy są wykorzystywane na przykładzie wybranego systemu operacyjnego.

Pytanie III.5.6. Porównaj monolityczną architekturę systemu operacyjnego z architekturą opartą na mikro jądrze.

Pytanie III.5.7. Przedstaw mechanizm współdzielenia bibliotek programistycznych (w systemie Linux), uwzględniając odpowiednie metody adresowania.

Pytanie III.5.8. Na przykładzie problemu uczujących filozofów przedyskutuj pojęcia poprawności pod względem bezpieczeństwa i żywotności. Zaproponuj rozwiązanie spełniające oba te warunki.
